

1 Ejercicio 1.

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$$

- ¿Tiene algún tipo de simetría?

$$Si(x) = \int_0^{-x} \frac{\sin t}{t} dt = - \int_{-x}^0 \frac{\sin t}{t} dt = \left\{ \frac{\sin t}{t} \text{ es par} \right\} = - \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = -Si(x)$$

Debido a que $\frac{\sin t}{t}$ es par, el área encerrada entre $-x$ y 0 es igual a la encerrada entre 0 y x .

- ¿Tiene extremos?

Aplicando el teorema fundamental de cálculo integral:

$$\frac{dSi}{dx}(x) = \frac{\sin x}{x}$$

$$\frac{\sin x}{x} = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = \pi + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Luego la función dada tiene como extremos relativos $x = \pi + k\pi, \forall k \in \mathbb{Z}$.

2 Ejercicio 2.

$$F(x) = \int_x^0 \frac{dx}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}}$$

:

- ¿F(0)?

$$F(0) = \int_0^0 \frac{dx}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}} = 0$$

- Recta tangente en el origen.

En primer lugar, operamos con la función dada para que tenga la forma adecuada para aplicar el teorema fundamental del cálculo integral:

$$F(x) = \int_x^0 \frac{dx}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}} = - \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}} = \int_0^x \frac{-dx}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}}$$

Ahora, lo aplicamos:

$$\frac{dF}{dx}(x) = - \frac{1}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}}$$

$$\frac{dF}{dx}(0) = - \frac{1}{1} = -1 = m$$

Forma general de una recta en forma punto-pendiente:

$$y - y_o = m(x - x_o)$$

Sustituyendo con los valores conocidos:

$$y - \int_0^0 \frac{dx}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}} = -1(x - 0)$$

$$y - 0 = -x + 0$$

$$y = -x$$

- Valores máximos y mínimos de F.

$$\frac{dF}{dx}(x) = 0$$

$$\frac{-1}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}} = 0$$

$$-1 \neq 0 \Rightarrow \nexists \text{ extremos relativos}$$

3 Ejercicio 3.

Analizar el carácter de las siguientes integrales, utilizando criterios de comparación:

1. $\int_1^\infty \frac{Chx}{x} dx$.

$$\frac{Chx}{x} = f(x) \quad , \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$g(x) \leq f(x)$$

$g(x)$ converge $\Rightarrow f(x)$ converge

1. $\int_0^{\infty} \frac{x+4}{2x^4+3} dx$.

Arreglamos la función para poder aplicar los criterios de comparación:

$$\int_0^{\infty} \frac{x+4}{2x^4+3} dx = \int_0^1 \frac{x+4}{2x^4+3} dx + \int_1^{\infty} \frac{x+4}{2x^4+3} dx = cte + \int_1^{\infty} \frac{x+4}{2x^4+3} dx$$

$$g(x) = \frac{1}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1x+4}{2x^4+3}}{\frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1x}{2x^4}}{\frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2x^3}}{\frac{1}{x^3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_1^{\infty} f(x) dx \text{ y } \int_1^{\infty} g(x) dx \text{ tienen el mismo orden. } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^{\infty} \frac{x+4}{2x^4+3} dx \text{ converge.}$$